The Virtual Laboratory
Max-Planck-Institute for the History of Science, Berlin
ISSN 1866-4784 - http://vlp.mpiwg-berlin.mpg.de/

Stumpf, C. und Karl L. Schaefer. 1901. Tontabellen. Beiträge zur Akustik und Musikwissenschaft 3: 139-146

http://vlp.mpiwg-berlin.mpg.de/references?id=lit38487

Tontabellen.

Von
C. Stumpf und K. L. Schaefer.

I. Zweck und Einrichtung der Tabellen.

(C. Stumpf.)

1. Auswahl der absoluten Tonhöhen und der Tonstufen.

Die folgenden Tabellen von Schwingungszahlen sind aus den praktischen Bedürfnissen bei akustischen Studien hervorgegangen. Was in physikalischen Lehrbüchern an Tabellen dieser Art vorliegt, reicht für solche Bedürfnisse bei Weitem nicht aus. Die Tafeln Preyer's in seinen „Akustischen Untersuchungen" 1879 werden Viele, wie wir selbst, oft mit Vortheil benützt haben. Aber auch sie enthalten z. B. nicht die temperirte Stimmung und nicht die gegenwärtige Normalstimmung ($a^1 = 435$). Nebenbei sind sie nicht ganz fehlerfrei, die Zahlen für ces^3 und seine höheren Octaven sind in der ersten Tafel unrichtig. Die Tabellen H. Riemann's in seinem Musiklexikon (Art. „Tonbestimmung") geben nur die Verhältnisse, nicht die absoluten Schwingungszahlen, die ersteren allerdings in viel mehr Variationen, als hier aufgenommen sind, so daſs auch noch beispielsweise vier verschiedene *Heses*, ebensoviele *Deses* u. s. f. vorkommen. Die gegenwärtigen Tabellen sind nach dem Vorbild der Preyer'schen, aber nach erweitertem Plan und mit gröſserer Genauigkeit durchgeführt.

Wir hielten zehn Octaven für genügend; noch höhere sind in den seltenen Bedarfsfällen leicht aus den gegebenen abzuleiten.

Als temperirte Leiter wird bei experimentellen Studien nur selten eine andere als die 12stufige gleichschwebend temperirte in Betracht kommen. Für die absolute Höhe ist in Tab. I $C_2 = 16$ zu Grunde gelegt, die sog. physikalische Stimmung, wobei die C's durch die Potenzen von 2 gegeben sind. a^1 ergiebt sich hierbei = 430,54. In Tab. II ist die gegenwärtige Normalstimmung mit $a^1 = 435$ zu Grunde gelegt, in Tab. III die frühere (u. A. von Helmholtz benutzte) mit $a^1 = 440$.

In den darauffolgenden 6 Tabellen, die sich auf die reine Stimmung beziehen, ist ebenso bei IV und V $C_2 = 16$ genommen, wobei $a^1 = 426\,{}^2/_3$ ist; bei VI und VII ist $a^1 = 435$, bei VIII und IX $a^1 = 440$ genommen. Die Tafeln IV und V, VI und VII, VIII und IX unterscheiden sich von einander nur durch die Umrechnung der gewöhnlichen Brüche in Decimalbrüche. Diese sind bequemer, die ersteren aber allein ganz genau.

Bei gewissen akustischen Versuchen über Differenztöne, Obertöne u. dgl. empfiehlt es sich, überhaupt nicht ein C als Ausgangspunkt zu nehmen, sondern den Ton mit der Schwingungszahl 100, weil dann die einfacheren Schwingungsverhältnisse besonders in der mittleren Lage (400 : 500 : 600 u. s. f.) ohne Weiteres auch an den absoluten Schwingungszahlen in die Augen springen.[1] Aber ebendarum und weil in der Musik nun einmal andere Werthe eingeführt sind, haben wir hier keine Tabelle auf dieser Grundlage beigefügt.

Die Auswahl der in die Tabellen IV bis IX aufgenommenen Tonstufen bedarf einiger rechtfertigenden Bemerkungen.

1. Vor Allem sind aufgenommen die Töne der diatonischen Dur- und Mollleiter, wie sie aus den Dreiklängen mit grofsen und mit kleinen Terzen auf C, F und G resultiren. Diese Töne sind durch fetten Druck hervorgehoben.

2. Unter den Alterationen (Erhöhungen und Vertiefungen) sind nur solche aufgenommen, welche in der Musik durch ein einfaches ♯ — oder *b*-Zeichen ausgedrückt werden; also *Cis*, aber nicht *Cisis* u. s. f. Und da auch hier noch verschiedene Ab-

---

[1] S. „Bemerkungen über zwei akustische Apparate“, *Zeitschrift f. Psychologie* **6**, S. 31 f. Die meisten Gabeln und mehrere Apparate im Berliner psychologischen Institut habe ich nach diesem Princip abstimmen lassen und es sehr praktisch gefunden.

stimmungen möglich sind (es giebt verschiedene *Cis*, verschiedene *Des*), so ist unter mehreren gleichnamigen Alterationen diejenige ausgewählt, die der Tonica verwandtschaftlich am nächsten steht.

Beispielsweise ist das *Des* aufgenommen, welches durch die Schritte *C*—*F*—*Des* entsteht, aber nicht das, welches durch 5 absteigende Quinten erzielt wird und sonach nur eine Verwandtschaft 5. Grades mit *C* besitzt (pythagoreisches *Des*).

3. Außerdem ist aber noch ein zweites *D*, *B* und *Fis* ($\underline{D}$, $\underline{B}$, $\overline{Fis}$) aufgenommen, weil diese drei Töne sehr leicht bei einfachen Modulationen vorkommen können, ohne daß die Tonica dem Bewußtsein verloren geht; z. B. das $\overline{Fis}$, wenn wir von *C*-Dur für einen Augenblick nach *E*-Moll und durch den *G*-Septimenaccord nach *C* zurückgehen; das $\underline{B}$ und $\underline{D}$ bei einer eben so kurzen Ausbiegung über *F* nach *B*-Dur und über *G* zurück, wobei durch das feststehende *F* die Intonation des *B* und *D* als $\underline{B}$ und $\underline{D}$ bestimmt wird.

Das zweite *Fis* (Unterquarte von *H*, Oberterz von *D*) ist auch dadurch motivirt, daß man besonders leicht dieses *Fis* intonirt, wenn die Aufgabe gestellt ist, von der Tonica *C* aus ein *Fis* anzugeben. Man geht dann über *D* zu dessen Terz *Fis*. Dieses führt als Leitton zur Dominante *G* und ist uns darum sehr geläufig: ein Fall, wo ein Verwandter 3. Grades in Folge seiner modulatorischen Bedeutung unserem Bewußtsein näher liegt als einer 2. Grades (*Fis* von *A*); ähnlich wie es uns auch im Leben mit Verwandten gehen kann.

Wir bezeichnen das neue *D* mit $\underline{D}$, das neue *B* mit $\underline{B}$, das neue *Fis* mit $\overline{Fis}$, um anzudeuten, daß die beiden ersten um ein Komma tiefer, das letztere dagegen um ein Komma höher ist, als die bereits vorhandenen gleichnamigen Töne.[1]

Man könnte fragen, ob nicht auch ein zweites *F* und ein zweites *A* einzufügen seien, da ein reiner Durdreiklang auf *D* ($^9/_8$) bekanntlich die Erhöhung des *A* und ein reiner Molldreiklang auf derselben Stufe auch die Erhöhung des *F* um ein Komma bedingt. Aber ich halte es nicht für möglich, daß *F* und *A*, so lange die Tonica *C* im Bewußtsein herrscht, anders denn als

[1] Diese Bezeichnung soll nur für den gegenwärtigen Zweck dienen und deckt sich in der Anwendung nicht mit der Oettingen-Helmholtz'schen, wonach $\underline{B}$—$\underline{D}$—*F* kein reiner Dreiklang sein würde.

directe Verwandte (Consonanzen) zu dieser intonirt werden. Bei der gewöhnlichen Cadenz

intoniren gute Sänger schwerlich ein reines *D*-Moll (zumal das *D* nur ein dem *F*-Klang hinzugefügter überzähliger Ton ist), sondern bleiben bei der Stimmung der Töne, die der *C*-Leiter entspricht. Erst dann, wenn durch eine Modulation etwa *G* dauernd als Tonica im Bewufstsein festgestellt ist, rücken *A* und *F* (im *G*-Moll) in die Höhe.

Für die mit *C* consonirenden Töne sind daher keine andersgestimmten Namensvettern mitaufgenommen. Sie sind als „feststehende" (im Sinne der altgriechischen Theorie) betrachtet. Schliefslich würde ja das veränderte *F* auch selbst ein verändertes *C* nach sich ziehen u. s. w.

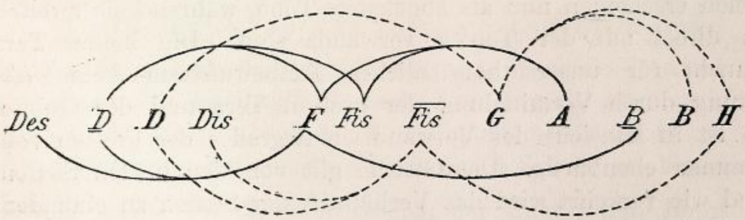
4. Endlich ist noch der vielbesprochene Ton $I = {}^7/_4$ (in den Tabellen der Deutlichkeit halber *J* gedruckt) aufgenommen, obgleich er in unserem Musiksystem keinen Platz hat. Viele sind zwar der Meinung, dafs er in der Praxis eine Rolle spiele, indem die kleine Septime häufig als unvollkommene Consonanz 4 : 7 intonirt werde. Obschon dies, wie ich glaube, ein Irrthum ist und die wirklich vorkommenden beabsichtigten Vertiefungen der Dominant-Septime sich vielmehr daraus erklären, dafs man sie als absteigenden Leitton zur Mediante empfindet, so ist gleichwohl der Ton *I* aufgenommen, theils mit Rücksicht auf die Untersuchung eben solcher Fragen, theils und hauptsächlich weil er wirklich eine unvollkommene Consonanz darstellt und weil dieser Ton bei rein akustischen Studien häufig gebraucht wird. —

Wenn wir die so entstehende Summe von Tonstufen als eine „enharmonische Leiter" bezeichnen, so bedarf es wohl nicht der Bemerkung, dafs hierfür nur das Bedürfnifs eines kurzen Ausdruckes bestimmend gewesen ist. Ueber die entwickelten Gesichtspunkte für die Zusammenstellung selbst kann man streiten, und es werden Andere andere Grenzen gezogen wünschen. Doch geht aus Vorstehendem hoffentlich hervor, dafs die Auswahl keine willkürliche, sondern auf bestimmte, in der Praxis wurzelnde Ueberlegungen gegründet ist. Wer alle Lehrmeinungen über die angeblich „allein wahre“ Intonation der Leiterstufen berücksichtigen wollte, müfste Tabellen ohne Ende anfertigen.

2. Die in den Tabellen IV—IX enthaltenen reinen Dreiklänge.

Auf den hier vorräthigen Stufen sind insgesammt 32 reine Dreiklänge möglich, und zwar Dur und Moll auf *C*, *Cis*, *Des*, $\underline{D}$, *Es*, *E*, *F*, *Fis*, *G*, *Gis*, *As*, *A*, $\underline{B}$, *H*.[1] Nur Durdreiklänge ergeben sich auf *Ces* und *Fes*, nur Molldreiklänge auf *Ais* und *Eis*.

Die jeweiligen zu einem Ton gehörigen zwei Dreiklangstöne sind leicht zu finden. Zweifel können nur entstehen bezüglich der doppelt vorhandenen gleichnamigen Stufen (*D*, *Fis*, *B*). Folgende Regel ist gut zu merken: Die tiefere Abstimmung des *D* und des *B* gehört zu *F*, die höhere zu *G* (die tiefere also zu dem tieferen, die höhere zu dem höheren dieser beiden diatonischen Stufen), und in analoger Weise gehört das tiefere *Fis* zum tieferen *D* und zum *A*, das höhere *Fis* zum höheren *D* und zum *H* (der höheren der beiden diatonischen Stufen *A* und *H*). Zur graphischen Versinnlichung können folgende Linien dienen, deren Bedeutung ohne Weiteres verständlich ist:



[1] Hierbei sind natürlich die Umlagerungen des Dreiklangs als äquivalent mit der ersten Lage angenommen oder es mufs, wenn man die erste Lage beibehalten will, bei den höheren Tönen die nächstfolgende Octave mitbenützt werden.

3. Zu den Ableitungsformeln der Tab. IV—IX.

Zur Ableitung der Töne sind hier alle leitereigenen consonanten Intervalle aufser der Octave verwendet; letztere nicht, weil keine Octaventransposition nöthig ist, wenn man neben der Quinte auch die Quarte, neben den Terzen auch die Sexten benützt. In den Formeln bedeutet der Dividend aufwärts gehende Schritte, der Divisor abwärts gehende. Die Brüche sind demgemäfs durchaus algebraisch zu behandeln, z. B. $\frac{T}{t} = \frac{5}{4} \cdot \frac{5}{6}$. Man kann natürlich die einzelnen Schritte in beliebiger Ordnung vornehmen, z. B. bei *Dis* zuerst eine grofse Terz nach oben, dann eine Quarte nach unten, dann wieder eine grofse Terz nach oben nehmen, statt die zweite grofse Terz unmittelbar an die erste zu reihen.

Wer es vorzieht, nur Quinten, grofse Terzen und Octaven zur Ableitung aller Stufen zu benutzen, braucht nur die folgenden Gleichungen zu berücksichtigen, durch welche alle unsre Formeln in solche mit diesen 3 Werthen umgewandelt werden:

$$q = \frac{O}{Q},\ t = \frac{Q}{T},\ S = \frac{TO}{Q},\ s = \frac{O}{T}.$$

Diese Ableitungsweise ist jedoch nur eine scheinbar einfachere. Sie benützt weniger ursprüngliche Werthe. Aber sie kommt dafür zu zusammengesetzteren Formeln, schon für die Consonanzen selbst: denn die vier Consonanzen aufser jenen dreien erscheinen nun als abgeleitete Töne, während sie zweifellos direct mit der Tonica verwandt sind. Die kleine Terz braucht für unser thatsächliches Tonbewufstsein keine Ableitung durch Vermittelung der grofsen Terz und der Quinte, sie ist in Hinsicht des Verwandtschaftsgrades der grofsen vollkommen ebenbürtig. Das Gleiche gilt von den beiden Sexten. Und wie verkehrt wird das Verhältnifs der Sexten zu einander: die kleine erscheint um einen Grad näher verwandt als die grofse, denn die kleine entsteht nach dieser Auffassung durch nur zwei Schritte, die grofse durch drei. Wenn man die Octaventransposition bei der Verwandtschaftsberechnung nicht zählt, was im Grunde richtiger ist, bleibt der Unterschied doch derselbe, die kleine ist dann im ersten Grade, die grofse im zweiten Grade verwandt mit der Tonica. Dies widerspricht Alles dem musikalischen Bewufstsein.

Aber auch die Formeln für die dissonanten Töne werden in Folge dessen complicirter; z. B. *Dis* wird $= \frac{QTT}{O}$, $Fis = \frac{TTO}{QQ}$, $Ais = \frac{TTTO}{QQ}$ (also 6. bezw. 5. Grades!).[1]

Diese Consequenzen erscheinen ungeheuerlich. Das musikalische Bewuſstsein kommt nicht auf so langem Wege zur Intonation dieser Stufen.

Auf Grund unserer Auffassung erhalten wir in der ganzen Tabelle nur Verwandte bis zum 3. Grad. Es wird wohl auch psychologisch richtig sein, daſs man unter Festhaltung einer bestimmten Tonica Verwandte jenseits des 3. Grades nicht mehr als solche erkennen kann; wenngleich für die Leichtigkeit der Intonation nicht die Nähe der Verwandtschaft allein entscheidet.

II. Methode der Tabellenberechnung.

(Karl L. Schaefer.)

Um Fehler in den Tabellen nach Möglichkeit zu vermeiden, sind sämmtliche Zahlen von zwei Personen mehrfach, beziehungsweise auf verschiedene Art berechnet worden. Sowohl die Reinschrift der Tafeln als auch die Correcturbogen wurden durch wiederholtes Verlesen und Vergleichen auf ihre Richtigkeit geprüft und die einzelnen Columnen bei der letzten Revision des Druckes nochmals nachgerechnet.

1. Die Tabellen der temperirten Stimmung

geben die Schwingungszahlen bis auf die erste Decimalstelle exact an. Die zweite Stelle nach dem Komma ist abgerundet. Da es für diesen Grad der Genauigkeit nothwendig war, die Töne der sechsgestrichenen Octave auf 8 Ziffern zu berechnen, so wurde die $\sqrt[12]{2}$ durch Ausziehen der Cubik- und Biquadratwurzel auf 11 Ziffern gleich $1{,}059463094\overline{4}$ bestimmt, welche Zahl zur Controle mittels der Rechenmaschine 12 mal mit sich selbst multiplicirt wurde.

[1] H. Riemann, welcher dieser Ableitungsweise huldigt, schreibt statt *TT* immer $2\,T$ u. s. f. Diese Schreibweise kann man natürlich auch festsetzen; aber sie würde die algebraische Behandlung der Formeln unmöglich machen.

Die Tabelle I ist vom Subcontra-$C = 16$, die Tabellen II und III sind vom Kammerton aus berechnet. Es mag hier für die genauere Angabe der Methode eine der beiden letzteren als Beispiel dienen. Zuerst wurden aus dem Kammerton die Töne A_2 und a^6 durch fortlaufende Division resp. Multiplication mit 2 abgeleitet und zur Controle a^6 durch 512 dividirt, woraus sich wieder A_2 ergiebt. Aus dem 11 stelligen a^6 erhielten wir dann durch fortgesetzte Division bezw. Multiplication mit $1{,}059463094\overline{4}$ einerseits die Töne von gis^6 bis c^6, andererseits von ais^6 bis c^7. Als Gewähr für deren Richtigkeit diente, abgesehen davon, daſs alle Operationen wie gesagt immer doppelt ausgeführt wurden, der Umstand, daſs $c^7 = 2 \times c^6$ sein muſste. Aus den Zahlen der sechsgestrichenen Octave sind die der übrigen durch fortgesetzte Division mit 2 gewonnen und zur Controle schlieſslich die Töne der Subcontra-Octave durch Multiplication mit 512 in die der höchsten Octave zurückverwandelt.

2. Die Tabellen der reinen Stimmung.

Hier wurden die A-Columnen der Tafeln IV, VI und VIII wie bei den Tabellen der temperirten Stimmung berechnet. Von A_2 wurde C_2 abgeleitet und von C_2 die übrigen Subcontratöne. Die fortlaufende Multiplication der letzteren mit 2 ergab dann die Zahlen der übrigen Octaven. Zur Controle diente wieder die Division der letzten Reihe durch 512. Die Umwandlung der gewöhnlichen Brüche in Decimalbrüche (Tab. V, VII, IX) geschah durch Ausdividiren mit Abrundung der letzten Stelle. Schlieſslich wurden die Subcontratöne der Tabellen V, VII und IX auch noch logarithmisch berechnet, wodurch zugleich die Richtigkeit der entsprechenden Zahlen in den Tafeln IV, VI und VIII bestätigt ward.

Verzeichniss der Tabellen.

Tabelle I.

Temperirte 12-stufige Leiter für $C_2 = 16$, $a^1 = 430{,}54$.

Töne	C	Cis Des	D	Dis Es	E	F	Fis Ges	G	Gis As	A	Ais B	H
Ableitung: $\sqrt[12]{2} =$	$\frac{cis}{(c=)1} =$	$\frac{d}{cis} =$	$\frac{dis}{d} =$	$\frac{e}{dis} =$	$\frac{f}{e} =$	$\frac{fis}{f} =$	$\frac{g}{fis} =$	$\frac{gis}{g} =$	$\frac{a}{gis} =$	$\frac{ais}{a} =$	$\frac{h}{ais} =$	$\frac{(c=)2}{h}$
Verhältnisse zu C	1	$\sqrt[12]{2}$	$\sqrt[12]{2^2}$	$\sqrt[12]{2^3}$	$\sqrt[12]{2^4}$	$\sqrt[12]{2^5}$	$\sqrt[12]{2^6}$	$\sqrt[12]{2^7}$	$\sqrt[12]{2^8}$	$\sqrt[12]{2^9}$	$\sqrt[12]{2^{10}}$	$\sqrt[12]{2^{11}}$
	1,00000	1,05946	1,12246	1,18921	1,25992	1,33484	1,41421	1,49831	1,58740	1,68179	1,78180	1,88775
Subcontra-Octave C_2...	16	16,95	17,96	19,03	20,16	21,36	22,63	23,97	25,40	26,91	28,51	30,20
Contra-Octave C_1...	32	33,90	35,92	38,05	40,32	42,71	45,25	47,95	50,80	53,82	57,02	60,41
Große Octave C...	64	67,81	71,84	76,11	80,63	85,43	90,51	95,89	101,59	107,63	114,04	120,82
Kleine Octave c...	128	135,61	143,68	152,22	161,27	170,86	181,02	191,78	203,19	215,27	228,07	241,63
1-gestrichene Octave c^1...	256	271,22	287,35	304,44	322,54	341,72	362,04	383,57	406,37	430,54	456,14	483,26
2-gestrichene Octave c^2...	512	542,45	574,70	608,87	645,08	683,44	724,08	767,13	812,75	861,08	912,28	966,53
3-gestrichene Octave c^3...	1024	1084,89	1149,40	1217,75	1290,16	1366,88	1448,15	1534,27	1625,50	1722,16	1824,56	1933,05
4-gestrichene Octave c^4...	2048	2169,78	2298,80	2435,50	2580,32	2733,75	2896,31	3068,53	3251,00	3444,31	3649,12	3866,11
5-gestrichene Octave c^5...	4096	4339,56	4597,60	4870,99	5160,64	5467,50	5792,62	6137,07	6501,99	6888,62	7298,24	7732,22
6-gestrichene Octave c^6...	8192	8679,12	9195,21	9741,98	10321,27	10935,01	11585,24	12274,13	13003,99	13777,25	14596,48	15464,44

Verlag von Johann Ambrosius Barth in Leipzig.

Tabelle II.

Temperirte 12-stufige Leiter für $C_2 = 16{,}17$, $a^1 = 435$.

Schäfer, Tontabellen.

Töne	*C*	*Cis* *Des*	*D*	*Dis* *Es*	*E*	*F*	*Fis* *Ges*	*G*	*Gis* *As*	*A*	*Ais* *B*	*H*
Ableitung: $\sqrt[12]{2} =$	$\frac{cis}{(c=)1} =$	$\frac{d}{cis} =$	$\frac{dis}{d} =$	$\frac{e}{dis} =$	$\frac{f}{e} =$	$\frac{fis}{f} =$	$\frac{g}{fis} =$	$\frac{gis}{g} =$	$\frac{a}{gis} =$	$\frac{ais}{a} =$	$\frac{h}{ais} =$	$\frac{(c=)2}{h}$
Verhältnisse zu *C*	1	$\sqrt[12]{2}$	$\sqrt[12]{2^2}$	$\sqrt[12]{2^3}$	$\sqrt[12]{2^4}$	$\sqrt[12]{2^5}$	$\sqrt[12]{2^6}$	$\sqrt[12]{2^7}$	$\sqrt[12]{2^8}$	$\sqrt[12]{2^9}$	$\sqrt[12]{2^{10}}$	$\sqrt[12]{2^{11}}$
	1,00000	1,05946	1,12246	1,18921	1,25992	1,33484	1,41421	1,49831	1,58740	1,68179	1,78180	1,88775
Subcontra-Octave C_2…	16,17	17,13	18,15	19,22	20,37	21,58	22,86	24,22	25,66	27,19	28,80	30,52
Contra-Octave C_1…	32,33	34,25	36,29	38,45	40,74	43,16	45,72	48,44	51,32	54,38	57,61	61,03
Grofse Octave C…	64,66	68,51	72,58	76,90	81,47	86,31	91,45	96,89	102,65	108,75	115,22	122,07
Kleine Octave c…	129,33	137,02	145,16	153,80	162,94	172,63	182,89	193,77	205,29	217,50	230,43	244,14
1-gestrichene Octave c^1…	258,65	274,03	290,33	307,59	325,88	345,26	365,79	387,54	410,59	$\boxed{435{,}00}$	460,87	488,27
2-gestrichene Octave c^2…	517,31	548,07	580,66	615,18	651,76	690,52	731,58	775,08	821,17	870,00	921,73	976,54
3-gestrichene Octave c^3…	1034,61	1096,13	1161,31	1230,37	1303,53	1381,04	1463,16	1550,16	1642,34	1740,00	1843,47	1953,08
4-gestrichene Octave c^4…	2069,22	2192,26	2322,62	2460,73	2607,05	2762,08	2926,32	3100,33	3284,68	3480,00	3686,93	3906,17
5-gestrichene Octave c^5…	4138,44	4384,53	4645,24	4921,46	5214,11	5524,16	5852,64	6200,66	6569,37	6960,00	7373,86	7812,34
6-gestrichene Octave c^6…	8276,88	8769,05	9290,49	9842,93	10428,22	11048,31	11705,28	12401,31	13138,73	13920,00	14747,73	15624,67

Verlag von Johann Ambrosius Barth in Leipzig.

Tabelle III.

Temperirte 12-stufige Leiter für $C_2 = 16{,}35$, $a^1 = 440$.

Töne	C	*Cis* *Des*	D	*Dis* *Es*	E	F	*Fis* *Ges*	G	*Gis* *As*	A	*Ais* *B*	H
Ableitung: $\sqrt[12]{2}$ =	$\frac{cis}{(c=)1}$ =	$\frac{d}{cis}$ =	$\frac{dis}{d}$ =	$\frac{e}{dis}$ =	$\frac{f}{e}$ =	$\frac{fis}{f}$ =	$\frac{g}{fis}$ =	$\frac{gis}{g}$ =	$\frac{a}{gis}$ =	$\frac{ais}{a}$ =	$\frac{h}{ais}$ =	$\frac{(c=)2}{h}$
Verhältnisse zu C	1	$\sqrt[12]{2}$	$\sqrt[12]{2^2}$	$\sqrt[12]{2^3}$	$\sqrt[12]{2^4}$	$\sqrt[12]{2^5}$	$\sqrt[12]{2^6}$	$\sqrt[12]{2^7}$	$\sqrt[12]{2^8}$	$\sqrt[12]{2^9}$	$\sqrt[12]{2^{10}}$	$\sqrt[12]{2^{11}}$
	1,00000	1,05946	1,22246	1,18921	1,25992	1,33484	1,41421	1,49831	1,58740	1,68179	1,78180	1,88775
Subcontra-Octave C_2...	16,35	17,32	18,35	19,45	20,60	21,83	23,12	24,50	25,96	27,50	29,14	30,87
Contra-Octave C_1...	32,70	34,65	36,71	38,89	41,20	43,65	46,25	49,00	51,91	55,00	58,27	61,74
Grofse Octave C...	65,41	69,30	73,42	77,78	82,41	87,31	92,50	98,00	103,83	110,00	116,54	123,47
Kleine Octave c...	130,81	138,59	146,83	155,56	164,81	174,61	185,00	196,00	207,65	220,00	233,08	246,94
1-gestrichene Octave c^1...	261,63	277,18	293,66	311,13	329,63	349,23	369,99	392,00	415,30	440,00	466,16	493,88
2-gestrichene Octave c^2...	523,25	554,37	587,33	622,25	659,26	698,46	739,99	783,99	830,61	880,00	932,33	987,77
3-gestrichene Octave c^3...	1046,50	1108,73	1174,66	1244,51	1318,51	1396,91	1479,98	1567,98	1661,22	1760,00	1864,66	1975,53
4-gestrichene Octave c^4...	2093,00	2217,46	2349,32	2489,02	2637,02	2793,83	2959,96	3135,96	3322,44	3520,00	3729,31	3951,07
5-gestrichene Octave c^5...	4186,01	4434,92	4698,64	4978,03	5274,04	5587,65	5919,91	6271,93	6644,88	7040,00	7458,62	7902,13
6-gestrichene Octave c^6...	8372,02	8869,84	9397,27	9956,06	10548,08	11175,30	11839,82	12543,85	13289,75	14080,00	14917,24	15804,27

Verlag von Johann Ambrosius Barth in Leipzig.

Tabelle IV.

Enharmonische Leiter für $C_2 = 16$, $a^1 = 426\,^2/_3$.

Schäfer, Tontabellen.

Töne	*C*	*Cis*	*Des*	$\underline{D}$	***D***	*Dis*	***Es***	***E***	*Fes*	*Eis*	***F***	*Fis*	$\overline{Fis}$	*Ges*	***G***	*Gis*	***As***	***A***	*Ais*	*J*	$\underline{B}$	***B***	***H***	*Ces*	*His*
Ableitung [1]	—	$\frac{T}{t}$	$\frac{q}{T}$	$\frac{q}{t}$	$\frac{Q}{q}$	$\frac{TT}{q}$	t	T	$\frac{s}{T}$	$\frac{TT}{t}$	q	$\frac{S}{t}$	$\frac{QT}{q}$	tt	Q	TT	s	S	$\frac{ST}{t}$	7/4	qq	Qt	QT	st	TTT
Verhältnisse zu *C*	1	25/24	16/15	10/9	9/8	75/64	6/5	5/4	32/25	125/96	4/3	25/18	45/32	36/25	3/2	25/16	8/5	5/3	125/72	7/4	16/9	9/5	15/8	48/25	125/64
	1,0000	1,0417	1,0667	1,1111	1,1250	1,1719	1,2000	1,2500	1,2800	1,3021	1,3333	1,3889	1,4063	1,4400	1,5000	1,5625	1,6000	1,6667	1,7361	1,7500	1,7778	1,8000	1,8750	1,9200	1,9531
Subcontra-Octave C_2…	16	16 2/3	17 1/15	17 7/9	18	18 3/4	19 1/5	20	20 12/25	20 5/6	21 1/3	22 2/9	22 1/2	23 1/25	24	25	25 3/5	26 2/3	27 7/9	28	28 4/9	28 4/5	30	30 18/25	31 1/4
Contra-Octave C_1…	32	33 1/3	34 2/15	35 5/9	36	37 1/2	38 2/5	40	40 24/25	41 2/3	42 2/3	44 4/9	45	46 2/25	48	50	51 1/5	53 1/3	55 5/9	56	56 8/9	57 3/5	60	61 11/25	62 1/2
Grofse Octave C…	64	66 2/3	68 4/15	71 1/9	72	75	76 4/5	80	81 23/25	83 1/3	85 1/3	88 8/9	90	92 4/25	96	100	102 2/5	106 2/3	111 1/9	112	113 7/9	115 1/5	120	122 22/25	125
Kleine Octave c…	128	133 1/3	136 8/15	142 2/9	144	150	153 3/5	160	163 21/25	166 2/3	170 2/3	177 7/9	180	184 8/25	192	200	204 4/5	213 1/3	222 2/9	224	227 5/9	230 2/5	240	245 19/25	250
1-gestrichene Octave c^1…	256	266 2/3	273 1/15	284 4/9	288	300	307 1/5	320	327 17/25	333 1/3	341 1/3	355 5/9	360	368 16/25	384	400	409 3/5	$\boxed{426\,2/3}$	444 4/9	448	455 1/9	460 4/5	480	491 13/25	500
2-gestrichene Octave c^2…	512	533 1/3	546 2/15	568 8/9	576	600	614 2/5	640	655 9/25	666 2/3	682 2/3	711 1/9	720	737 7/25	768	800	819 1/5	853 1/3	888 8/9	896	910 2/9	921 3/5	960	983 1/25	1000
3-gestrichene Octave c^3…	1024	1066 2/3	1092 4/15	1137 7/9	1152	1200	1228 4/5	1280	1310 18/25	1333 1/3	1365 1/3	1422 2/9	1440	1474 14/25	1536	1600	1638 2/5	1706 2/3	1777 7/9	1792	1820 4/9	1843 1/5	1920	1966 2/25	2000
4-gestrichene Octave c^4…	2048	2133 1/3	2184 8/15	2275 5/9	2304	2400	2457 3/5	2560	2621 11/25	2666 2/3	2730 2/3	2844 4/9	2880	2949 3/25	3072	3200	3276 4/5	3413 1/3	3555 5/9	3584	3640 8/9	3686 2/5	3840	3932 4/25	4000
5-gestrichene Octave c^5…	4096	4266 2/3	4369 1/15	4551 1/9	4608	4800	4915 1/5	5120	5242 22/25	5333 1/3	5461 1/3	5688 8/9	5760	5898 6/25	6144	6400	6553 3/5	6826 2/3	7111 1/9	7168	7281 7/9	7372 4/5	7680	7864 8/25	8000
6-gestrichene Octave c^6…	8192	8533 1/3	8738 2/15	9102 2/9	9216	9600	9830 2/5	10240	10485 19/25	10666 2/3	10922 2/3	11377 7/9	11520	11796 12/25	12288	12800	13107 1/5	13653 1/3	14222 2/9	14336	14563 5/9	14745 3/5	15360	15728 16/25	16000

[1] t = kleine Terz $= \frac{6}{5}$ T = grosse Terz $= \frac{5}{4}$ q = Quarte $= \frac{4}{3}$ Q = Quinte $= \frac{3}{2}$ s = kleine Sexte $= \frac{8}{5}$ S = grosse Sexte $= \frac{5}{3}$

Verlag von Johann Ambrosius Barth in Leipzig.

Tabelle V (= Tabelle IV mit Dezimalbrüchen.)

Enharmonische Leiter für $C_2 = 16$, $a^1 = 426{,}67$.

Schäfer, Tontabellen.

Töne	C	Cis	Des	$\underline{D}$	D	Dis	Es	E	Fes	Eis	F	Fis	$\overline{Fis}$	Ges	G	Gis	As	A	Ais	J	$\underline{B}$	B	H	Ces	His
Ableitung ¹)	—	$\frac{T}{t}$	$\frac{q}{T}$	$\frac{q}{t}$	$\frac{Q}{q}$	$\frac{TT}{q}$	t	T	$\frac{s}{T}$	$\frac{TT}{t}$	q	$\frac{S}{t}$	$\frac{QT}{q}$	tt	Q	TT	s	S	$\frac{ST}{t}$	$^7/_4$	qq	Qt	QT	st	TTT
Verhältnisse zu C	1	$^{25}/_{24}$	$^{16}/_{15}$	$^{10}/_{9}$	$^{9}/_{8}$	$^{75}/_{64}$	$^{6}/_{5}$	$^{5}/_{4}$	$^{32}/_{25}$	$^{125}/_{96}$	$^{4}/_{3}$	$^{25}/_{18}$	$^{45}/_{32}$	$^{36}/_{25}$	$^{3}/_{2}$	$^{25}/_{16}$	$^{8}/_{5}$	$^{5}/_{3}$	$^{125}/_{72}$	$^{7}/_{4}$	$^{16}/_{9}$	$^{9}/_{5}$	$^{15}/_{8}$	$^{48}/_{25}$	$^{125}/_{64}$
	1,0000	1,0417	1,0667	1,1111	1,1250	1,1719	1,2000	1,2500	1,2800	1,3021	1,3333	1,3889	1,4063	1,4400	1,5000	1,5625	1,6000	1,6667	1,7361	1,7500	1,7778	1,8000	1,8750	1,9200	1,9531
Subcontra-Octave C_2…	16	16,67	17,07	17,78	18	18,75	19,2	20	20,48	20,83	21,33	22,22	22,50	23,04	24	25	25,6	26,67	27,78	28	28,44	28,8	30	30,72	31,25
Contra-Octave C_1…	32	33,33	34,13	35,56	36	37,50	38,4	40	40,96	41,67	42,67	44,44	45	46,08	48	50	51,2	53,33	55,56	56	56,89	57,6	60	61,44	62,50
Grofse Octave C…	64	66,67	68,27	71,11	72	75	76,8	80	81,92	83,33	85,33	88,89	90	92,16	96	100	102,4	106,67	111,11	112	113,78	115,2	120	122,88	125
Kleine Octave c…	128	133,33	136,53	142,22	144	150	153,6	160	163,84	166,67	170,67	177,78	180	184,32	192	200	204,8	213,33	222,22	224	227,56	230,4	240	245,76	250
1-gestrichene Octave c^1…	256	266,67	273,07	284,44	288	300	307,2	320	327,68	333,33	341,33	355,56	360	368,64	384	400	409,6	$\boxed{426{,}67}$	444,44	448	455,11	460,8	480	491,52	500
2-gestrichene Octave c^2…	512	533,33	546,13	568,89	576	600	614,4	640	655,36	666,67	682,67	711,11	720	737,28	768	800	819,2	853,33	888,89	896	910,22	921,6	960	983,04	1000
3-gestrichene Octave c^3…	1024	1066,67	1092,27	1137,78	1152	1200	1228,8	1280	1310,72	1333,33	1365,33	1422,22	1440	1474,56	1536	1600	1638,4	1706,67	1777,78	1792	1820,44	1843,2	1920	1966,08	2000
4-gestrichene Octave c^4…	2048	2133,33	2184,53	2275,56	2304	2400	2457,6	2560	2621,44	2666,67	2730,67	2844,44	2880	2949,12	3072	3200	3276,8	3413,33	3555,56	3584	3640,89	3686,4	3840	3932,16	4000
5-gestrichene Octave c^5…	4096	4266,67	4369,07	4551,11	4608	4800	4915,2	5120	5242,88	5333,33	5461,33	5688,89	5760	5898,24	6144	6400	6553,6	6826,67	7111,11	7168	7281,78	7372,8	7680	7864,32	8000
6-gestrichene Octave c^6…	8192	8533,33	8738,13	9102,22	9216	9600	9830,4	10240	1 0485,76	10666,67	10922,67	11377,78	11520	11796,48	12288	12800	13107,2	13653,33	14222,22	14336	14563,56	14745,6	15360	15728,64	16000

¹) t = kleine Terz $= \frac{6}{5}$ T = grosse Terz $= \frac{5}{4}$ q = Quarte $= \frac{4}{3}$ Q = Quinte $= \frac{3}{2}$ s = kleine Sexte $= \frac{8}{5}$ S = grosse Sexte $= \frac{5}{3}$

Verlag von Johann Ambrosius Barth in Leipzig

Schaefer, Tontabellen.

Tabelle VI.

Enharmonische Leiter für $C_2 = 16\frac{5}{16}$, $a^1 = 435$.

Töne	C	Cis	Des	$\underline{D}$	D	Dis	Es	E	Fes	Eis	F	Fis	$\overline{Fis}$
Ableitung [1]	—	$\frac{T}{t}$	$\frac{q}{T}$	$\frac{q}{t}$	$\frac{Q}{q}$	$\frac{TT}{q}$	t	T	$\frac{s}{T}$	$\frac{TT}{t}$	q	$\frac{S}{t}$	$\frac{QT}{q}$
Verhältnisse zu C	1	$25/24$	$16/15$	$10/9$	$9/8$	$75/64$	$6/5$	$5/4$	$32/25$	$125/96$	$4/3$	$25/18$	$45/32$
	1,0000	1,0417	1,0667	1,1111	1,1250	1,1719	1,2000	1,2500	1,2800	1,3021	1,3333	1,3889	1,4063
Subcontra-Octave C_2...	$16\frac{5}{16}$	$16\frac{127}{128}$	$17\frac{2}{5}$	$18\frac{1}{8}$	$18\frac{45}{128}$	$19\frac{119}{1024}$	$19\frac{23}{40}$	$20\frac{25}{64}$	$20\frac{22}{25}$	$21\frac{123}{512}$	$21\frac{3}{4}$	$22\frac{21}{32}$	$22\frac{481}{512}$
Contra-Octave C_1...	$32\frac{5}{8}$	$33\frac{63}{64}$	$34\frac{4}{5}$	$36\frac{1}{4}$	$36\frac{45}{64}$	$38\frac{119}{512}$	$39\frac{3}{20}$	$40\frac{25}{32}$	$41\frac{19}{25}$	$42\frac{123}{256}$	$43\frac{1}{2}$	$45\frac{5}{16}$	$45\frac{225}{256}$
Grofse Octave C...	$65\frac{1}{4}$	$67\frac{31}{32}$	$69\frac{3}{5}$	$72\frac{1}{2}$	$73\frac{13}{32}$	$76\frac{119}{256}$	$78\frac{3}{10}$	$81\frac{9}{16}$	$83\frac{13}{25}$	$84\frac{123}{128}$	87	$90\frac{5}{8}$	$91\frac{97}{128}$
Kleine Octave c...	$130\frac{1}{2}$	$135\frac{15}{16}$	$139\frac{1}{5}$	145	$146\frac{13}{16}$	$152\frac{119}{128}$	$156\frac{3}{5}$	$163\frac{1}{8}$	$167\frac{1}{25}$	$169\frac{59}{64}$	174	$181\frac{1}{4}$	$183\frac{33}{64}$
1-gestrichene Octave c^1...	261	$271\frac{7}{8}$	$278\frac{2}{5}$	290	$293\frac{5}{8}$	$305\frac{55}{64}$	$313\frac{1}{5}$	$326\frac{1}{4}$	$334\frac{2}{25}$	$339\frac{27}{32}$	348	$362\frac{1}{2}$	$367\frac{1}{32}$
2-gestrichene Octave c^2...	522	$543\frac{3}{4}$	$556\frac{4}{5}$	580	$587\frac{1}{4}$	$611\frac{23}{32}$	$626\frac{2}{5}$	$652\frac{1}{2}$	$668\frac{4}{25}$	$679\frac{11}{16}$	696	725	$734\frac{1}{16}$
3-gestrichene Octave c^3...	1044	$1087\frac{1}{2}$	$1113\frac{3}{5}$	1160	$1174\frac{1}{2}$	$1223\frac{7}{16}$	$1252\frac{4}{5}$	1305	$1336\frac{8}{25}$	$1359\frac{3}{8}$	1392	1450	$1468\frac{1}{8}$
4-gestrichene Octave c^4...	2088	2175	$2227\frac{1}{5}$	2320	2349	$2446\frac{7}{8}$	$2505\frac{3}{5}$	2610	$2672\frac{16}{25}$	$2718\frac{3}{4}$	2784	2900	$2936\frac{1}{4}$
5-gestrichene Octave c^5...	4176	4350	$4454\frac{2}{5}$	4640	4698	$4893\frac{3}{4}$	$5011\frac{1}{5}$	5220	$5345\frac{7}{25}$	$5437\frac{1}{2}$	5568	5800	$5872\frac{1}{2}$
6-gestrichene Octave c^6...	8352	8700	$8908\frac{4}{5}$	9280	9396	$9787\frac{1}{2}$	$10022\frac{2}{5}$	10440	$10690\frac{14}{25}$	10875	11136	11600	11745

Töne	Ges	G	Gis	As	A	Ais	J	$\underline{B}$	B	H	Ces	His
Ableitung [1]	tt	Q	TT	s	S	$\frac{ST}{t}$	$7/4$	qq	Qt	QT	st	TTT
Verhältnisse zu C	$36/25$	$3/2$	$25/16$	$8/5$	$5/3$	$125/72$	$7/4$	$16/9$	$9/5$	$15/8$	$48/25$	$125/64$
	1,4400	1,5000	1,5625	1,6000	1,6667	1,7361	1,7500	1,7778	1,8000	1,8750	1,9200	1,9531
Subcontra-Octave C_2...	$23\frac{49}{100}$	$24\frac{15}{32}$	$25\frac{125}{256}$	$26\frac{1}{10}$	$27\frac{3}{16}$	$28\frac{41}{128}$	$28\frac{35}{64}$	29	$29\frac{29}{80}$	$30\frac{75}{128}$	$31\frac{8}{25}$	$31\frac{881}{1024}$
Contra-Octave C_1...	$46\frac{49}{50}$	$48\frac{15}{16}$	$50\frac{125}{128}$	$52\frac{1}{5}$	$54\frac{3}{8}$	$56\frac{41}{64}$	$57\frac{3}{32}$	58	$58\frac{29}{40}$	$61\frac{11}{64}$	$62\frac{16}{25}$	$63\frac{369}{512}$
Grofse Octave C...	$93\frac{24}{25}$	$97\frac{7}{8}$	$101\frac{61}{64}$	$104\frac{2}{5}$	$108\frac{3}{4}$	$113\frac{9}{32}$	$114\frac{3}{16}$	116	$117\frac{9}{20}$	$122\frac{11}{32}$	$125\frac{7}{25}$	$127\frac{113}{256}$
Kleine Octave c...	$187\frac{23}{25}$	$195\frac{3}{4}$	$203\frac{29}{32}$	$208\frac{4}{5}$	$217\frac{1}{2}$	$226\frac{9}{16}$	$228\frac{3}{8}$	232	$234\frac{9}{10}$	$244\frac{11}{16}$	$250\frac{14}{25}$	$254\frac{113}{128}$
1-gestrichene Octave c^1...	$375\frac{21}{25}$	$391\frac{1}{2}$	$407\frac{13}{16}$	$417\frac{3}{5}$	$\boxed{435}$	$453\frac{1}{8}$	$456\frac{3}{4}$	464	$469\frac{4}{5}$	$489\frac{3}{8}$	$501\frac{3}{25}$	$509\frac{49}{64}$
2-gestrichene Octave c^2...	$751\frac{17}{25}$	783	$815\frac{5}{8}$	$835\frac{1}{5}$	870	$906\frac{1}{4}$	$913\frac{1}{2}$	928	$939\frac{3}{5}$	$978\frac{3}{4}$	$1002\frac{6}{25}$	$1019\frac{17}{32}$
3-gestrichene Octave c^3...	$1503\frac{9}{25}$	1566	$1631\frac{1}{4}$	$1670\frac{2}{5}$	1740	$1812\frac{1}{2}$	1827	1856	$1879\frac{1}{5}$	$1957\frac{1}{2}$	$2004\frac{12}{25}$	$2039\frac{1}{16}$
4-gestrichene Octave c^4...	$3006\frac{18}{25}$	3132	$3262\frac{1}{2}$	$3340\frac{4}{5}$	3480	3625	3654	3712	$3758\frac{2}{5}$	3915	$4008\frac{24}{25}$	$4078\frac{1}{8}$
5-gestrichene Octave c^5...	$6013\frac{11}{25}$	6264	6525	$6681\frac{3}{5}$	6960	7250	7308	7424	$7516\frac{4}{5}$	7830	$8017\frac{23}{25}$	$8156\frac{1}{4}$
6-gestrichene Octave c^6...	$12026\frac{22}{25}$	12528	13050	$13363\frac{1}{5}$	13920	14500	14616	14848	$15033\frac{3}{5}$	15660	$16035\frac{21}{25}$	$16312\frac{1}{2}$

[1] t = kleine Terz = $\frac{6}{5}$ T = grosse Terz = $\frac{5}{4}$ q = Quarte = $\frac{4}{3}$ Q = Quinte = $\frac{3}{2}$ s = kleine Sexte = $\frac{8}{5}$ S = grosse Sexte = $\frac{5}{3}$

Verlag von Johann Ambrosius Barth in Leipzig.

Tabelle VII (= Tabelle VI mit Dezimalbrüchen.)

Enharmonische Leiter für $C_2 = 16{,}31$, $a^1 = 435$.

Schaefer, Tontabellen.

Töne	*C*	*Cis*	*Des*	$\underline{D}$	*D*	*Dis*	*Es*	*E*	*Fes*	*Eis*	*F*	*Fis*	$\overline{Fis}$	*Ges*	*G*	*Gis*	*As*	*A*	*Ais*	*J*	$\underline{B}$	*B*	*H*	*Ces*	*His*
Ableitung [1]	—	$\frac{T}{t}$	$\frac{q}{T}$	$\frac{q}{t}$	$\frac{Q}{q}$	$\frac{TT}{q}$	t	T	$\frac{s}{T}$	$\frac{TT}{t}$	q	$\frac{S}{t}$	$\frac{QT}{q}$	tt	Q	TT	s	S	$\frac{ST}{t}$	$7/4$	qq	Qt	QT	st	TTT
Verhältnisse zu *C*	1	25/24	16/15	10/9	9/8	75/64	6/5	5/4	32/25	125/96	4/3	25/18	45/32	36/25	3/2	25/16	8/5	5/3	125/72	7/4	16/9	9/5	15/8	48/25	125/64
	1,0000	1,0417	1,0667	1,1111	1,1250	1,1719	1,2000	1,2500	1,2800	1,3021	1,3333	1,3889	1,4063	1,4400	1,5000	1,5625	1,6000	1,6667	1,7361	1,7500	1,7778	1,8000	1,8750	1,9200	1,9531
Subcontra-Octave C_2...	16,31	16,99	17,4	18,13	18,35	19,12	19,58	20,39	20,88	21,24	21,75	22,66	22,94	23,49	24,47	25,49	26,1	27,19	28,32	28,55	29	29,36	30,59	31,32	31,86
Contra-Octave C_1...	32,63	33,98	34,8	36,25	36,70	38,23	39,15	40,78	41,76	42,48	43,5	45,31	45,88	46,98	48,94	50,98	52,2	54,38	56,64	57,09	58	58,73	61,17	62,64	63,72
Grofse Octave C...	65,25	67,97	69,6	72,5	73,41	76,46	78,3	81,56	83,52	84,96	87	90,63	91,76	93,96	97,88	101,95	104,4	108,75	113,28	114,19	116	117,45	122,34	125,28	127,44
Kleine Octave c...	130,5	135,94	139,2	145	146,81	152,93	156,6	163,13	167,04	169,92	174	181,25	183,52	187,92	195,75	203,91	208,8	217,5	226,56	228,38	232	234,9	244,69	250,56	254,88
1-gestrichene Octave c^1...	261	271,88	278,4	290	293,63	305,86	313,2	326,25	334,08	339,84	348	362,5	367,03	375,84	391,5	407,81	417,6	$\boxed{435}$	453,13	456,75	464	469,8	489,38	501,12	509,77
2-gestrichene Octave c^2...	522	543,75	556,8	580	587,25	611,72	626,4	652,5	668,16	679,69	696	725	734,06	751,68	783	815,63	835,2	870	906,25	913,5	928	939,6	978,75	1002,24	1019,53
3-gestrichene Octave c^3...	1044	1087,5	1113,6	1160	1174,5	1223,44	1252,8	1305	1336,32	1359,38	1392	1450	1468,13	1503,36	1566	1631,25	1670,4	1740	1812,5	1827	1856	1879,2	1957,5	2004,48	2039,06
4-gestrichene Octave c^4...	2088	2175	2227,2	2320	2349	2446,88	2505,6	2610	2672,64	2718,75	2784	2900	2936,25	3006,72	3132	3262,5	3340,8	3480	3625	3654	3712	3758,4	3915	4008,96	4078,13
5-gestrichene Octave c^5...	4176	4350	4454,4	4640	4698	4893,75	5011,2	5220	5345,28	5437,5	5568	5800	5872,5	6013,44	6264	6525	6681,6	6960	7250	7308	7424	7516,8	7830	8017,92	8156,25
6-gestrichene Octave c^6...	8352	8700	8908,8	9280	9396	9787,5	10022,4	10440	10690,56	10875	11136	11600	11745	12026,88	12528	13050	13363,2	13920	14500	14616	14848	15033,6	15660	16035,84	16312,5

[1]) t = kleine Terz $= \frac{6}{5}$ T = grosse Terz $= \frac{5}{4}$ q = Quarte $= \frac{4}{3}$ Q = Quinte $= \frac{3}{2}$ s = kleine Sexte $= \frac{8}{5}$ S = grosse Sexte $= \frac{5}{3}$

Verlag von Johann Ambrosius Barth in Leipzig.

Tabelle VIII.

Enharmonische Leiter für $C_2 = 16^1/_2$, $a^1 = 440$.

Töne	*C*	*Cis*	*Des*	$\underline{D}$	*D*	*Dis*	*Es*	*E*	*Fes*	*Eis*	*F*	*Fis*	$\overline{Fis}$	*Ges*	*G*	*Gis*	*As*	*A*	*Ais*	*J*	$\underline{B}$	*B*	*H*	*Ces*	*His*
Ableitung [1]	—	$\frac{T}{t}$	$\frac{q}{T}$	$\frac{q}{t}$	$\frac{Q}{q}$	$\frac{TT}{q}$	*t*	*T*	$\frac{s}{T}$	$\frac{TT}{t}$	*q*	$\frac{S}{t}$	$\frac{QT}{q}$	*tt*	*Q*	*TT*	*s*	*S*	$\frac{ST}{t}$	7/4	*qq*	*Qt*	*QT*	*st*	*TTT*
Verhältnisse zu *C*	1	25/24	16/15	10/9	9/8	75/64	6/5	5/4	32/25	125/96	4/3	25/18	45/32	36/25	3/2	25/16	8/5	5/3	125/72	7/4	16/9	9/5	15/8	48/25	125/64
	1,0000	1,0417	1,0667	1,1111	1,1250	1,1719	1,2000	1,2500	1,2800	1,3021	1,3333	1,3889	1,4063	1,4400	1,5000	1,5625	1,6000	1,6667	1,7361	1,7500	1,7778	1,8000	1,8750	1,9200	1,9531
Subcontra-Octave C_2...	16 1/2	17 3/16	17 3/5	18 1/3	18 9/16	19 43/128	19 4/5	20 5/8	21 3/25	21 31/64	22	22 11/12	23 13/64	23 19/25	24 3/4	25 25/32	26 2/5	27 1/2	28 31/48	28 7/8	29 1/3	29 7/10	30 15/16	31 17/25	32 29/128
Contra-Octave C_1...	33	34 3/8	35 1/5	36 2/3	37 1/8	38 43/64	39 3/5	41 1/4	42 6/25	42 31/32	44	45 5/6	46 13/32	47 13/25	49 1/2	51 9/16	52 4/5	55	57 7/24	57 3/4	58 2/3	59 2/5	61 7/8	63 9/25	64 29/64
Grofse Octave *C*...	66	68 3/4	70 2/5	73 1/3	74 1/4	77 11/32	79 1/5	82 1/2	84 12/25	85 15/16	88	91 2/3	92 13/16	95 1/25	99	103 1/8	105 3/5	110	114 7/12	115 1/2	117 1/3	118 4/5	123 3/4	126 18/25	128 29/32
Kleine Octave *c*...	132	137 1/2	140 4/5	146 2/3	148 1/2	154 11/16	158 2/5	165	168 24/25	171 7/8	176	183 1/3	185 5/8	190 2/25	198	206 1/4	211 1/5	220	229 1/6	231	234 2/3	237 3/5	247 1/2	253 11/25	257 13/16
1-gestrichene Octave c^1...	264	275	281 3/5	293 1/3	297	309 3/8	316 4/5	330	337 23/25	343 3/4	352	366 2/3	371 1/4	380 4/25	396	412 1/2	422 2/5	$\boxed{440}$	458 1/3	462	469 1/3	475 1/5	495	506 22/25	515 5/8
2-gestrichene Octave c^2...	528	550	563 1/5	586 2/3	594	618 3/4	633 3/5	660	675 21/25	687 1/2	704	733 1/3	742 1/2	760 8/25	792	825	844 4/5	880	916 2/3	924	938 2/3	950 2/5	990	1013 19/25	1031 1/4
3-gestrichene Octave c^3...	1056	1100	1126 2/5	1173 1/3	1188	1237 1/2	1267 1/5	1320	1351 17/25	1375	1408	1466 2/3	1485	1520 16/25	1584	1650	1689 3/5	1760	1833 1/3	1848	1877 1/3	1900 4/5	1980	2027 13/25	2062 1/2
4-gestrichene Octave c^4...	2112	2200	2252 4/5	2346 2/3	2376	2475	2534 2/5	2640	2703 9/25	2750	2816	2933 1/3	2970	3041 7/25	3168	3300	3379 1/5	3520	3666 2/3	3696	3754 2/3	3801 3/5	3960	4055 1/25	4125
5-gestrichene Octave c^5...	4224	4400	4505 3/5	4693 1/3	4752	4950	5068 4/5	5280	5406 18/25	5500	5632	5866 2/3	5940	6082 14/25	6336	6600	6758 2/5	7040	7333 1/3	7392	7509 1/3	7603 1/5	7920	8110 2/25	8250
6-gestrichene Octave c^6...	8448	8800	9011 1/5	9386 2/3	9504	9900	10 37 3/5	10560	10813 11/25	11000	11264	11733 1/3	11880	12165 3/25	12672	13200	13516 4/5	14080	14666 2/3	14784	15018 2/3	15206 2/5	15840	16220 4/25	16500

[1] t = kleine Terz = $\frac{6}{5}$ T = grosse Terz = $\frac{5}{4}$ q = Quarte = $\frac{4}{3}$ Q = Quinte = $\frac{3}{2}$ s = kleine Sexte = $\frac{8}{5}$ S = grosse Sexte = $\frac{5}{3}$

Verlag von Johann Ambrosius Barth in Leipzig.

Tabelle IX (= Tabelle VIII mit Dezimalbrüchen.)

Enharmonische Leiter für $C_2 = 16{,}5$, $a^1 = 440$.

Töne	C	Cis	Des	$\underline{D}$	D	Dis	Es	E	Fes	Eis	F	Fis	$\overline{Fis}$	Ges	G	Gis	As	A	Ais	J	$\underline{B}$	B	H	Ces	His
Ableitung [1]	—	$\frac{T}{t}$	$\frac{q}{T}$	$\frac{q}{t}$	$\frac{Q}{q}$	$\frac{TT}{q}$	t	T	$\frac{s}{T}$	$\frac{TT}{t}$	q	$\frac{S}{t}$	$\frac{QT}{q}$	tt	Q	TT	s	S	$\frac{ST}{t}$	$^7/_4$	qq	Qt	QT	st	TTT
Verhältnisse zu C	1	$^{25}/_{24}$	$^{16}/_{15}$	$^{10}/_{9}$	$^{9}/_{8}$	$^{75}/_{64}$	$^{6}/_{5}$	$^{5}/_{4}$	$^{32}/_{25}$	$^{125}/_{96}$	$^{4}/_{3}$	$^{25}/_{18}$	$^{45}/_{32}$	$^{36}/_{25}$	$^{3}/_{2}$	$^{25}/_{16}$	$^{8}/_{5}$	$^{5}/_{3}$	$^{125}/_{72}$	$^{7}/_{4}$	$^{16}/_{9}$	$^{9}/_{5}$	$^{15}/_{8}$	$^{48}/_{25}$	$^{125}/_{64}$
	1,0000	1,0417	1,0667	1,1111	1,1250	1,1719	1,2000	1,2500	1,2800	1,3021	1,3333	1,3889	1,4063	1,4400	1,5000	1,5625	1,6000	1,6667	1,7361	1,7500	1,7778	1,8000	1,8750	1,9200	1,9531
Subcontra-Octave C_2…	16,5	17,19	17,6	18,33	18,56	19,34	19,8	20,63	21,12	21,48	22	22,92	23,20	23,76	24,75	25,78	26,4	27,5	28,65	28,88	29,33	29,7	30,94	31,68	32,23
Contra-Octave C_1…	33	34,38	35,2	36,67	37,13	38,67	39,6	41,25	42,24	42,97	44	45,83	46,41	47,52	49,5	51,56	52,8	55	57,29	57,75	58,67	59,4	61,88	63,36	64,45
Grofse Octave C…	66	68,75	70,4	73,33	74,25	77,34	79,2	82,5	84,48	85,94	88	91,67	92,81	95,04	99	103,13	105,6	110	114,58	115,5	117,33	118,8	123,75	126,72	128,91
Kleine Octave c…	132	137,5	140,8	146,67	148,5	154,69	158,4	165	168,96	171,88	176	183,33	185,63	190,08	198	206,25	211,2	220	229,17	231	234,67	237,6	247,5	253,44	257,81
1-gestrichene Octave c^1…	264	275	281,6	293,33	297	309,38	316,8	330	337,92	343,75	352	366,67	371,25	380,16	396	412,5	422,4	$\boxed{440}$	458,33	462	469,33	475,2	495	506,88	515,63
2-gestrichene Octave c^2…	528	550	563,2	586,67	594	618,75	633,6	660	675,84	687,5	704	733,33	742,5	760,32	792	825	844,8	880	916,67	924	938,67	950,4	990	1013,76	1031,25
3-gestrichene Octave c^3…	1056	1100	1126,4	1173,33	1188	1237,5	1267,2	1320	1351,68	1375	1408	1466,67	1485	1520,64	1584	1650	1689,6	1760	1833,33	1848	1877,33	1900,8	1980	2027,52	2062,5
4-gestrichene Octave c^4…	2112	2200	2252,8	2346,67	2376	2475	2534,4	2640	2703,36	2750	2816	2933,33	2970	3041,28	3168	3300	3379,2	3520	3666,67	3696	3754,67	3801,6	3960	4055,04	4125
5-gestrichene Octave c^5…	4224	4400	4505,6	4693,33	4752	4950	5068,8	5280	5406,72	5500	5632	5866,67	5940	6082,56	6336	6600	6758,4	7040	7333,33	7392	7509,33	7603,2	7920	8110,08	8250
6-gestrichene Octave c^6…	8448	8800	9011,2	9386,67	9504	9900	10137,6	10560	10813,44	11000	11264	11733,33	11880	12165,12	12672	13200	13516,8	14080	14666,67	14784	15018,67	15206,4	15840	16220,16	16500

[1]) t = kleine Terz $= \frac{6}{5}$ T = grosse Terz $= \frac{5}{4}$ q = Quarte $= \frac{4}{3}$ Q = Quinte $= \frac{3}{2}$ s = kleine Sexte $= \frac{8}{5}$ S = grosse Sexte $= \frac{5}{3}$

Verlag von Johann Ambrosius Barth in Leipzig.